

## ВОПРОСЫ К КАНДИДАТСКОМУ ЭКЗАМЕНУ

по специальности 1.1.5 (01.01.06) "Математическая логика, алгебра, теория чисел,  
дискретная математика",  
теоретико-числовая часть (в билетах)

1. Квадратичный закон взаимности
2. Первообразные корни и индексы
3. Неравенства Чебышева для функции  $\pi(x)$ .
4. Дзета-функция Римана и ее простейшие свойства в области  $\text{Re } s > 1$  (аналитичность, представление производной и логарифмической производной в виде ряда Дирихле, отсутствие нулей, тождество Эйлера).
5. Аналитическое продолжение дзета-функции в полуплоскость  $\text{Re } s > 0$ .
6. Отсутствие нулей у дзета-функции на прямой  $\text{Re } s = 1$ .
7. Сведение доказательства асимптотического закона к асимптотике комплексного интеграла по прямой  $\text{Re } s = 2$ .
8. Сдвиг контура интегрирования влево и вычисление асимптотики комплексного интеграла в доказательстве асимптотического закона распределения простых чисел.
9. Характеры Дирихле и их простейшие свойства, суммы характеров.
10. L - функции Дирихле и их простейшие свойства.
11. Доказательство утверждения  $L(1, \chi) \neq 0$  для неглавных характеров.
12. Доказательство теоремы Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.
13. Тригонометрические суммы. Модуль гауссовой суммы.
14. Полные тригонометрические суммы и число решений сравнений.
15. Оценка количества решений сравнения для суммы степеней переменных.
16. Критерий Вейля равномерного распределения.
17. Теорема Вейля о последовательности значений многочлена.
18. Представление целых чисел в виде суммы двух квадратов.
19. Представление целых чисел в виде суммы четырех квадратов.
20. Модулярная группа.
21. Ряды Эйзенштейна  $G_k(\tau)$ . Разложения в ряд Фурье.
22. Модулярные формы. Теорема о строении алгебры модулярных форм.
23. Модулярный инвариант  $j(\tau)$ , поле модулярных функций.
24. Представление натуральных чисел унимодулярными квадратичными формами.
25. Приближение вещественных чисел рациональными числами. Теорема Дирихле.
26. Теорема Лиувилля о приближении алгебраических чисел рациональными дробями. Примеры трансцендентных чисел.
27. Трансцендентность числа  $e$ .
28. Трансцендентность  $\pi$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Боревич З.И., Шафаревич И.Р.. Теория чисел, М., Наука, 1985.  
Бухштаб А.А., Теория чисел, М., Просвещение, 1960.  
Виноградов И.М., Основы теории чисел, М., Наука, 1981.  
Галочкин А.И., Нестеренко Ю.В., Шидловский А.Б., Введение в теорию чисел, М., МГУ, 1995.  
Карацуба А.А., Основы аналитической теории чисел, М., Наука, 1983.  
Коробов Н.М., Тригонометрические суммы и их приложения, М., Наука, 1989.  
Нестеренко Ю.В., Теория чисел, М., Академия, 2008.  
Серр Ж.П., Курс арифметики, М., Мир, 1972.

Чандрасекхаран К., Введение в аналитическую теорию чисел, М., Мир, 1974.