ПРОГРАММА-МИНИМУМ
КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ
01.01.06
"Математическая логика, алгебра и теория чисел"
(теоретико-числовая часть)

1. Квадратичный закон взаимности ([3], пп. 1, 2)
2. Первообразные корни и индексы ([3], гл.6).
3. Неравенства Чебышева для функции $\pi(x)$ ([4], гл.1, п. 4;[9], гл.7, пп. 1-3).
4. Дзета-функция Римана. Асимптотический закон распределения простых чисел. ([4], гл. 2, пп. 1-3); [5], гл. 5, пп. 1, 2).
5. Характеры и L - функции. Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии. ([3], гл. 7; [4], гл. 3, пп. 4, 5; [9], гл. 10, пп. 2-5).
6. Тригонометрические суммы. Модуль гауссовой суммы. Полные тригонометрические суммы и число решений сравнений. ([1], гл. 1, пп. 1, 2; [7], гл. 1, пп. 3,4).
7. Критерий Вейля равномерного распределения. Теорема Вейля о последовательности значений многочлена. ([6], гл. 1, пп. 1-3; [7], гл. 3, п. 19).
8. Модулярная группа и модулярные функции. Теорема о строении алгебры модулярных форм ([8], гл. 7, пп. 1-3).
9. Представление целых чисел в виде суммы двух и четырех квадратов, ([2], гл.32, пп. 1, 2)
10. Представление целых чисел унимодулярными квадратичными формами ([8], гл. 7, пп. 4, 6).
11. Приближение вещественных чисел рациональными дробями. Теорема Лиувилля о приближении алгебраических чисел рациональными дробями. Примеры трансцендентных чисел. ([4], гл. 4, пп. 2, 3).
12. * [1] Трансцендентность чисел e и π. ([4], гл. 4, пп. 4, 5).

Список литературы

[1] Боревич З.И., Шафаревич И.Р., Теория чисел, М., Наука, 1985.
[2] Бухштаб А.А., Теория чисел, М., Просвещение,1960.
[3] Виноградов И.М., Основы теории чисел, М., Наука, 1981.
[4] Галочкин А.И., Нестеренко Ю.В., Шидловский А.Б., Введение в теорию чисел, М., МГУ, 1995.
[5] Карацуба А.А., Основы аналитической теории чисел, М., Наука, 1983.
[6] Кейперс Л., Нидеррейтер Г., Равномерное распределение последовательностей, М., Наука, 1985.
[7] Коробов Н.М., Тригонометрические суммы и их приложения, М., Наука, 1989.
[8] Серр Ж.П., Курс арифметики, М., Мир, 1972.
[9] Чандрасекхаран К., Введение в аналитическую теорию чисел, М., Мир, 1974.

[1]* Вопросы не входят в программу для аспиратнов кафедр логики и алгебры

ВОПРОСЫ К КАНДИДАТСКОМУ ЭКЗАМЕНУ

по специальности 01.01.06 "Математическая логика, алгебра и теория чисел"
(теоретико-числовая часть)

1. Квадратичный закон взаимности.
2. Первообразные корни и индексы.
3. Неравенства Чебышева для функции $\pi(x)$
4. Дзета-функция Римана и ее простейшие свойства в области $\mathrm{Re}\, s > 1$ (аналитичность, представление производной и логарифмической производной в виде ряда Дирихле, отсутствие нулей, тождество Эйлера).
5. Аналитическое продолжение дзета-функции.
6. Отсутствие нулей у дзета-функции на прямой $\mathrm{Re}\, s = 1$.
7. Сведение доказательства асимптотического закона к асимптотике комплексного интеграла.
8. Асимптотика комплексного интеграла в доказательстве асимптотического закона распределения простых чисел.
9. Характеры Дирихле и простые числа в арифметической прогрессии.
10. L - функции Дирихле и их простейшие свойства, аналитичность при $\Re s > 0$ для неглавного характера.
11. Доказательство утверждения $L(1, \chi) \neq 0$.
12. Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.
13. Модуль гауссовой суммы.
14. Полные рациональные тригонометрические суммы и число решений сравнений.
15. Критерий Вейля равномерного распределения.
16. Теорема Вейля о равномерном распределении значений многочлена с иррациональным старшим коэффициентом.
17. Представление целых чисел в виде суммы двух квадратов.
18. Представление целых чисел в виде суммы четырех квадратов.
19. Модулярная группа и дробно-линейные преобразования комплексной плоскости.
20. Ряды Эйзенштейна. Разложения в ряд Фурье.
21. Модулярные формы. Теорема о строении алгебры модулярных форм.
22. Модулярный инвариант, поле модулярных функций.
23. Представление целых чисел унимодулярными квадратичными формами.
24. Приближение вещественных чисел рациональными числами. Теорема Дирихле.
25. Теорема Лиувилля о приближении алгебраических чисел рациональными дробями. Примеры трансцендентных чисел.
26. * Трансцендентность числа e.
27. * Трансцендентность π.