

Контрольная №1

Вариант 1

Задача 1.

(а) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 7x_5 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 + 8x_5 = 3 \end{cases}$$

(б) Найдите фундаментальную систему решений соответствующей однородной системы.

(с) Пусть A обозначает матрицу коэффициентов этой системы уравнений (без столбца правой части), а V — подпространство в \mathbb{R}^5 , натянутое на строки матрицы A . Найдите размерность V .

Задача 2. Найдите ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{pmatrix}$$

Задача 3. Найдите все значения x , при которых вектор b линейно выражается через векторы a_1, a_2, a_3 :

$$a_1 = (5, 10, 13), \quad a_2 = (2, 13, 7), \quad a_3 = (3, -3, 6), \quad b = (6, 4, x - 1).$$

Задача 4. Пусть

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(а) Найдите A^{-1} .

(б) Поменяем в матрице A первую и четвертую строки местами и обозначим получившуюся матрицу через B . Найдите B^{-1} .

Задача 5. Пусть A — матрица размера 5×3 , и существует матрица C размера 3×5 , такая что $CA = E$ (единичная матрица). Предположим, что для некоторого вектора $b \in \mathbb{R}^5$ система $Ax = b$ имеет по крайней мере одно решение. Докажите, что это решение единственно.