

Контрольная №1

Вариант 2

Задача 1.

(а) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3 \end{cases}$$

(б) Найдите фундаментальную систему решений соответствующей однородной системы.

(с) Пусть A обозначает матрицу коэффициентов этой системы уравнений (без столбца правой части), а V — подпространство в $\mathbb{R}^5$, натянутое на строки матрицы A . Найдите размерность V .

Задача 2. Найдите ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 11 & 2 \\ 1 & 0 & 4 & -1 \\ 11 & 4 & 56 & 5 \\ 2 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}$$

Задача 3. Найдите все значения x , при которых вектор b линейно выражается через векторы a_1, a_2, a_3 :

$$a_1 = (11, 6, 4), \quad a_2 = (11, 3, 7), \quad a_3 = (0, 3, -3), \quad b = (2, -7, 1 - x).$$

Задача 4. Пусть

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}$$

(а) Найдите A^{-1} .

(б) Умножим в матрице A вторую строку на 2, а четвертую — на 3, и обозначим получившуюся матрицу через B . Найдите B^{-1} .

Задача 5. Докажите, что ранг матрицы $(C|D)$, полученной приписыванием к матрице C матрицы D , не превосходит суммы рангов матриц C и D .