

Листок 15

Симметрические многочлены. Соотношения между коэффициентами многочлена и его корнями

Задача 1 (Кострикин 31.9аде). Выразить в виде многочленов от элементарных симметрических многочленов:

- (a) $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_1^2x_3 + x_1x_3^2 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2$;
- (b) $(x_1 + x_2 + 1)(x_1 + x_3 + 1)(x_2 + x_3 + 1)$;
- (c) $(x_1x_2 + x_3)(x_1x_3 + x_2)(x_2x_3 + x_1)$.

Задача 2. Определить λ так, чтобы один из корней многочлена

$$x^3 - 7x + \lambda$$

равнялся удвоенному другому.

Задача 3. Решить (над \mathbb{C}) систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0, \\ x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 24. \end{cases}$$

Задача 4. Найти многочлен третьей степени, корнями которого являются кубы комплексных корней многочлена $x^3 - x - 1$.