

**БИЛЕТ 1**

**Задача 1.** Найти во множестве  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  орбиту элемента 1 и его стабилизатор для группы  $G$ , порожденной подстановкой:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 5 & 8 & 3 & 9 & 4 & 10 & 6 & 2 & 1 & 7 \end{pmatrix} \in S_{10}.$$

**Задача 2.** Найти центр группы  $S_3 \times Z_5$ .

**Задача 3.** Существуют ли в группе  $Z_3 \oplus Z_{81}$  подгруппа, изоморфная  $Z_9 \oplus Z_9$ ?

**Задача 4.** Доказать, что коммутант любой группы порядка 35 есть тривиальная подгруппа.

**Задача 5.** Доказать, что не существует простых групп порядка 80.

**Задача 6.** Найти

а) группу гомоморфизмов из  $Z$  в  $Z_5$ ,

б) группу гомоморфизмов из  $Z_5$  в  $Z$ .

**Задача 7.** Разложить в прямую сумму циклических групп факторгруппу  $A/B$ , где  $A$  – свободная абелева группа с базисом  $x_1, x_2, x_3$ , а  $B$  – ее подгруппа, порожденная  $y_1, y_2, y_3$ :

$$\begin{cases} y_1 = 5x_1 + 5x_2 + 2x_3, \\ y_2 = 11x_1 + 8x_2 + 5x_3, \\ y_3 = 17x_1 + 5x_2 + 8x_3. \end{cases}$$

Найти все элементы конечного порядка в группе  $A/B$ , указав их порядок.

Будет ли группа  $A/B$  изоморфна группе  $Z_6 \oplus Z_3$ ?